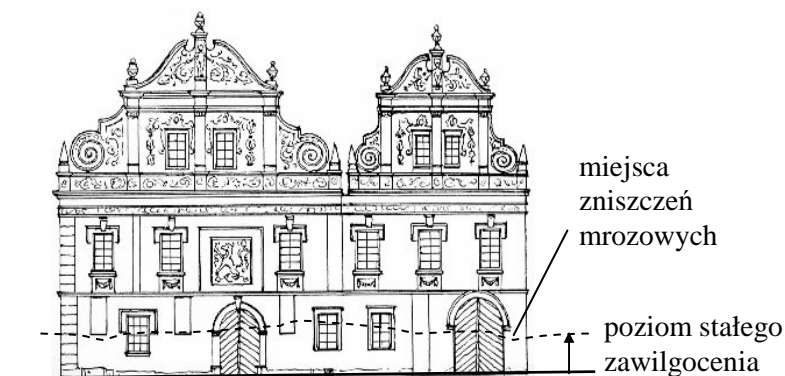


## Rozdział IV ZNISZCZENIA MROZOWE ZAWILGOCONYCH ŚCIAN

### 1. Wstęp

Panuje uzasadniony pogląd, iż z oceną zniszczeń mocno zawilgoconych budynków należy zaczekać do najbliższej wiosny, aż ujawnią się szkody wywołane przez zamarzanie wody porowej w ścianach. Istotnie, z pozoru wyschnięte ściany i tynki zalanych budynków na wiosnę nadają się najczęściej ponownie do suszenia. Dodatkowo ujawniają się spękania, jako skumulowany efekt rozrostu kryształów lodu w sieci kapilar oraz wywieranego przez nie nacisku na ścianki porów i kapilar. O intensywności tego procesu decyduje też duża różnica temperatur między wnętrzem budynku a otoczeniem. Ta różnica szczególnie znaczna w zimie intensyfikuje przepływy wilgoci w ścianie.

Największe zniszczenia mrozowe wywołuje w zawilgoconych zewnętrznych warstwach tynków na ich załamaniach. Współobecność dużego zawilgocenia z niską temperaturą w przypowierzchniowych warstwach tynków jest wystarczającym warunkiem, iż po kilku zimach dojdzie tam do zniszczenia mrozowego. Najczęściej te warunki zachodzą w wystęпах gzymsów, zwieńczeń i odsłoniętych uskokach ściany.

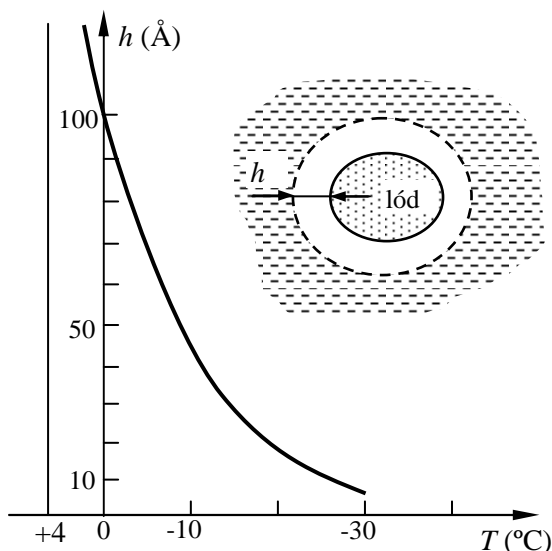


Rys. 1. Obszary zniszczeń mrozowych

Naszkirowany tutaj problem prowadzi do złożonego opisu termomechanicznego, który przedstawimy w dalszej części pracy.

## 2. Przemiana woda – lód w kapilarze

Popowodziowe zawilgocenia ścian charakteryzuje się pełnym wypełnieniem sieci kapilar cieczą. Jeżeli wystąpią wówczas znaczne spadki temperatury (poniżej  $0^{\circ}\text{C}$ ), to dochodzi do tworzenia się bryłek lodu w sieci kapilar. Proces ten ma złożony przebieg, ponieważ warstewki cieczy w bezpośrednim sąsiedztwie ścianek kapilar nie będą brały udziału w przemianie, z uwagi na silne i dosyć stabilne powiązanie z fazą stałą. Do przemiany dojdzie w środku kapilary. Powstające wówczas kryształki lodu – zarodki fazy stałej będą posiadały naturalną tendencję do łączenia się, gdyż prowadzi to do obniżenia energii wewnętrznej układu. Na przeszkodzie tego spontanicznego procesu stoją ścianki kapilary, które stanowią ograniczenie dla swobodnego wzrostu kryształów lodu. Od ścianek kapilar oddzielają je zarówno warstwy zaadsorbowanej na nich cieczy jak i warstewki cieczy w otoczeniu kryształów lodu. Warstewki tego quasi – ciekłego otoczenia kryształów lodu odgrywają istotną rolę w rozroście kryształów lodu w sieci kapilar. Grubość tej warstewki ( $h$ ) maleje od  $100 \text{ \AA}$  w temperaturze  $T < 0^{\circ}\text{C}$  do  $5 \text{ \AA}$  w temperaturze  $-30^{\circ}\text{C}$  (rys. 2).



Rys. 2. Zależność grubości quasi-ciekłego otoczenia lodu od temperatury

Warstewki te z jednej strony stanowią obszar bezpośredniej ekspansji powstającego kryształu lodu, z drugiej zaś pozwalają na wzajemne przemieszczanie się kryształów oraz cieczy wypełniającej kapilary. W miarę wzrostu kryształów, aż do wypełnienia całego przekroju kapilary, warstwy te biorą również udział w naciskach na ścianki kapilar. Wielkość występujących wówczas ciśnień we wnętrzu kryształów lodu sugeruje, iż dochodzi w nim do

wewnętrznej przebudowy kryształu, kiedy to odmienna lodu I przechodzi w lód III.

Główne problemy, jakie pojawiają się przy opisach przemiany wody w lód wynikają z wpływu tego procesu na trwałość muru oraz potrzeby brania pod uwagę bardzo intensywnych wzajemnych oddziaływań wilgoci i lodu na szkielecie, jakie występują w trakcie trwania przemiany fazowej. Podobne problemy pojawiają się z powodu współistnienia różnych faz wilgoci, przepływów ciepła i innych składników opisywanego zjawiska, a w tym wilgoci zaabsorbowanej na ściankach kapilar, pary wodnej i dyfundujących kryształów lodu.

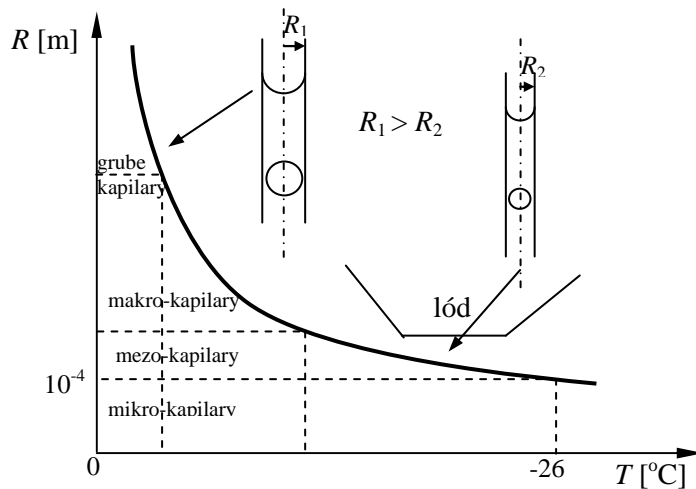
W niniejszej pracy zostały przyjęte następujące założenia przy opisie przemiany wody w lód:

- przyjmujemy wieloskładnikowy ośrodek ciągły, w którym wyróżniamy szkielec (0) o gęstości  $\rho^0$ , wilgoć (1) o gęstości  $\rho^1$  i lód (2) o gęstości  $\rho^2$  wypełniający kapilary szkieletu,
- w trakcie obniżania temperatury nastąpi oddziaływanie pomiędzy tworzącym się lodem, wodą a ścianką materiału kapilarno-porowatego.

Rezultatem takich założeń będzie relacja, która połączy promień kapilary  $R$  z temperaturą zamrażania wody w jej wnętrzu  $T$  i napięciem powierzchniowym  $\sigma$

$$R = -\frac{k\sigma}{T} \quad (2.1)$$

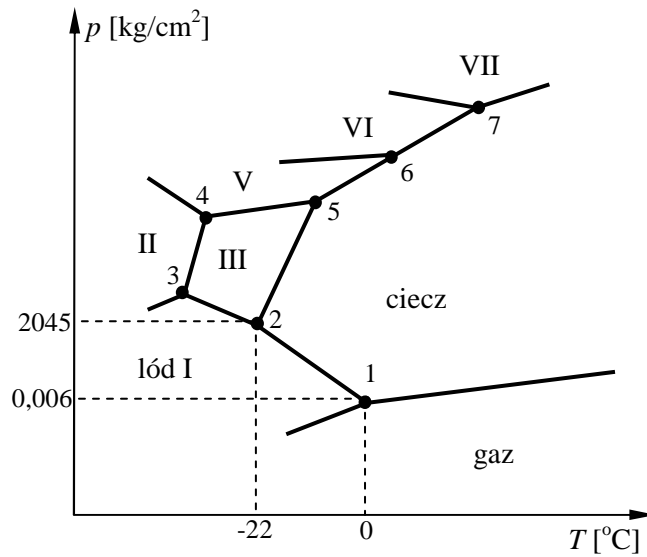
Zależność temperatury zamrażania wody od promienia kapilar przedstawiono na rysunku 3. Wynika z niego, iż w cienkich kapilarach woda zamraża w coraz niższych temperaturach.



Rys. 3. Zależność temperatury przemiany woda – lód od promienia kapilary

Wartość stałej  $k$  uzyskamy z połączenia dwóch prostych zależności fizycznych, a mianowicie:

- warunku określającego granicę fazową wody i lodu typu I w przedziale temperatur  $-22^{\circ}\text{C} < T < 0^{\circ}\text{C}$ ; ma on postać  $p = -(2T/k)$  co wynika z diagramu Pisciorusa przedstawionego na rysunku 4.



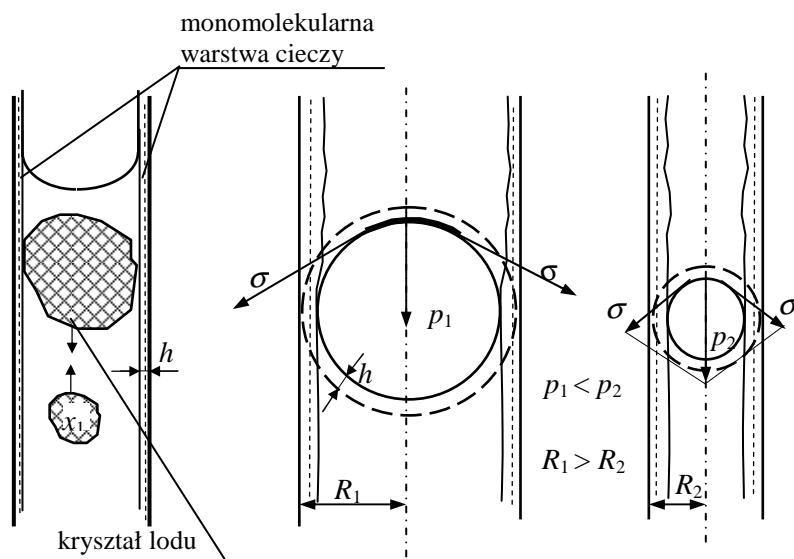
Rys. 4. Diagram fazowy wody

- rozrastające się w kapilarze kryształy lodu upraszczająco traktujemy jako kule wypełniające całą kapilarę. Idealizując, otrzymamy wzór pozwalający na ocenę stanu naprężeń we wnętrzu kryształu w zależności od napięcia powierzchniowego  $\sigma$  i promienia kapilary  $R$

$$p = \frac{2\sigma}{R} \quad (2.2)$$

co obrazuje rysunek 5.

Łącząc podane zależności otrzymamy poszukiwany wzór (2.1) łączący promień kapilary  $R$  z temperaturą powstawania w niej lodu.



Rys. 5. Oddziaływanie kryształów lodu ze ścianką kapilary

### 3. Bilanse procesu

Analityczne ujęcie procesu przemiany fazowej wody w lód w sieci kapilar poprzedzone być musi ogólnym opisem wymiany masy, pędu i energii w wieloskładnikowym ośrodku ciągłym modelującym ten proces.

W pierwszej kolejności należy podać parcjalne i globalne bilanse masy, pędu, energii i entropii w ośrodku wieloskładnikowym. Wydzielamy przy tym trzy składniki: wilgoć o gęstości  $\rho^1$ , lód o gęstości  $\rho^2$  i szkielet o gęstości  $\rho^0$ . Między tymi składnikami, a głównie cieczą i lodem dochodzi do wymiany masy, pędu i energii. Układ omawianych tu bilansów ma postać:

#### 1. Parcjalnych bilansów masy

$$\frac{\partial \rho^1}{\partial t} = \rho^1 R^1 - \operatorname{div}(\rho^1 \mathbf{v}^1) \quad - \text{wilgoć w kapilarach,}$$

$$\frac{\partial \rho^2}{\partial t} = \rho^2 R^2 - \operatorname{div}(\rho^2 \mathbf{v}^2) \quad - \text{kryształy lodu w kapilarach,} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho^0}{\partial t} = 0 \rightarrow \rho^0 = \text{const} \quad - \text{szkielet.}$$

a po wprowadzeniu stężenia  $c^\alpha = \rho^\alpha / \rho$  równania bilansów zapiszemy w postaci

$$\frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t} = \rho R^\alpha - \operatorname{div}(\rho^\alpha \mathbf{v}^\alpha) \quad \text{gdzie} \quad \rho R^\alpha = v^\alpha \frac{d\lambda}{dt}$$

lub

$$\rho \frac{dc^\alpha}{dt} = \rho R^\alpha - \operatorname{div}(\mathbf{j}^\alpha) \quad \mathbf{j}^\alpha = \rho^\alpha \mathbf{u}^\alpha \quad (3.1)$$

## 2. Zasady zachowania masy

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{w}) = 0 \quad (3.2)$$

gdzie

$$\rho = \sum_{\alpha} \rho^\alpha, \quad \rho \mathbf{w} = \sum_{\alpha} \rho^\alpha \mathbf{v}^\alpha, \quad \mathbf{v}^\alpha = \mathbf{w} + \mathbf{u}^\alpha, \quad \mathbf{u}^\alpha \cdot \mathbf{u}^\alpha = 0, \quad R^1 + R^2 = 0, \quad \alpha = 0,1,2$$

## 3. Bilansu pędu (w postaci klasycznej)

$$\rho \frac{d\mathbf{w}}{dt} = \rho \mathbf{F} + \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) \quad (3.3)$$

w którym przyjęto dodatkowo, że

$$\underline{\mathbf{w} \cdot \mathbf{w} = 0 \quad \rho \mathbf{F} \cdot \mathbf{w} = 0 \quad \boldsymbol{\sigma}^1 \cdot \mathbf{w} = 0} \rightarrow \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \quad (\boldsymbol{\sigma}^0 = -\boldsymbol{\sigma}^2) \quad (3.4)$$

W równaniu pędu zostały już zawarte uproszczenia związane ze statycznym ujęciem problemu. Mamy tu różne od zera stany naprężeń parcjalnych zrównoważone w każdej części ośrodka.

## 4. Bilans energii, z którego wyeliminowano energię kinetyczną

$$\rho \frac{dU}{dt} = -\operatorname{div}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + \sum_{\alpha} \operatorname{div} \left[ \left( \frac{\operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma}^\alpha}{\rho^\alpha} - U^\alpha \right) \rho^\alpha \mathbf{u}^\alpha \right] \quad (3.5)$$

Po wykorzystaniu bilansów masy otrzymamy ostateczną postać bilansu energii

$$\rho \frac{dU}{dt} = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + \sum_{\alpha} \rho \frac{dc^{\alpha}}{dt} M^{\alpha} - \sum_{\alpha} \rho R^{\alpha} M^{\alpha} - \text{div}(\mathbf{q}) - \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} \mathbf{u}^{\alpha} \cdot \text{grad} M^{\alpha} \quad (3.6)$$

Analizując składniki  $\sum_{\alpha} \rho R^{\alpha} M^{\alpha}$  uzyskamy formułę, która w sposób jawny określa nam ciepło przemiany fazowej zależnej od tworzących się brył lodowych w sieciach kapilar i porów materiału. Ma ona postać

$$\rho r = \sum_{\alpha} \rho R^{\alpha} M^{\alpha} \rightarrow \rho r = \rho R^2 (M^2 - M^1) \quad (3.7)$$

stąd wnosimy, iż źródło ciepła przemiany jest proporcjonalne do źródła masy.

5. Nierówność wzrostu entropii

$$\rho \frac{dS}{dt} \geq \frac{\rho r}{T} - \text{div} \left( \frac{\mathbf{q}}{T} \right) \quad (3.8)$$

Nierówność wzrostu entropii łącznie z pozostałymi bilansami prowadzi po uproszczeniach do nierówności rezydualnej

$$-\rho \dot{U} + \rho \dot{S} \Theta - \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \sum_{\alpha} \rho \dot{c}^{\alpha} M^{\alpha} - \mathbf{q} \frac{\text{grad}(\Theta)}{T_0} - \sum_{\alpha} \mathbf{j}^{\alpha} \text{grad}(M^{\alpha}) \geq 0 \quad (3.9)$$

która powinna być spełniona dla każdej historii procesu  $(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, c^{\alpha})$ .

Wprowadzone tu pole  $\Theta$  jest przyrostem temperatur, a  $T_0$  – temperaturą stanu równowagowego od którego rozpoczyna się przemiana woda – lód.

W przytoczonych równaniach bilansów masy, pędu i energii symbolami

$$\rho^{\alpha}, c^{\alpha}, \mathbf{v}^{\alpha}, \mathbf{w}, \mathbf{u}^{\alpha}, R^{\alpha}, \rho^{\alpha} \mathbf{u}^{\alpha}, \rho \mathbf{F}, \boldsymbol{\sigma}^{\alpha}, \mathbf{d}, \rho U^{\alpha}, \rho U = \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} U^{\alpha}, \rho r, \mathbf{q}, \Theta = T - T_0, M^{\alpha}$$

oznaczono kolejno: gęstość składnika  $\alpha$ , jego koncentrację, prędkość komponentalną, barycentryczną i dyfuzyjną, źródło i strumień masy, siłę masową, tensor naprężeń parcjalnych, tensor prędkości deformacji, energię wewnętrzną składnika  $\alpha$  i całego ośrodka, źródło i strumień ciepła, temperaturę i jej przyrost oraz potencjał chemiczny dla  $\alpha = 0, 1, 2$ .

Oprócz energii wewnętrznej wprowadzimy do rozważań entalpię swobodną (potencjał Gibbsa)  $\rho G$ . Z potencjału Gibbsa otrzymamy w szczególności klasyczny wzór Clapeyrona dotyczący ciepła przemiany fazowej. Entalpię swobodną  $\rho G$  z energią wewnętrzną  $\rho U$  łączy zależność

$$\rho U = \rho G + \rho S \theta + \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \rightarrow \rho \dot{U} = \rho \dot{G} + \rho \dot{S} \theta + \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} \quad (3.10)$$

z której otrzymamy równoważną do (3.9) postać nierówności rezydualnej

$$-\rho \dot{G} - \rho S \dot{\theta} - \dot{\sigma} : \varepsilon + \sum_{\alpha} \rho \dot{c}^{\alpha} M^{\alpha} - \sum_{\alpha} \mathbf{j}^{\alpha} \text{grad}(M^{\alpha}) - \mathbf{q} \frac{\text{grad} \theta}{T_0} \geq 0 \quad (3.11)$$

#### 4. Termomechanika przemiany fazowej woda – lód

Podana w poprzednim punkcie nierówność rezydualna wynikająca z entalpii swobodnej pozwoli nam na pełniejsze ujęcie procesów przemiany woda – lód w sieci kapilar. Z rozważań tych wynika, jako przypadek szczególny, wzór Clapeyrona na ciepło przemiany fazowej.

Rozważania rozpoczniemy od analizy wzajemnych oddziaływań w układzie składającym się z dwóch różnych faz. Założymy, iż na początku procesu analizowany był układ wieloskładnikowy izolowany. W chwili  $t \geq t_0$  rozpoczął się w tym układzie proces przemiany fazowej. Tutaj fazą będziemy nazywali obszary jednorodne (homogeniczne) w układzie niejednorodnym.

W wyniku zachodzącego procesu powstają dwa podukłady znajdujące się w różnych fazach. W dalszym ciągu jednak każda z faz będzie wieloskładnikowa. W naszym przypadku w fazie (1) – ciekłej będzie się znajdowała wieloskładnikowa ciecz w kapilarze, zaś w fazie (2) powstała z niej faza stała, czyli kryształy lodu.

Każdy z podukładów spełnia bilanse procesu i wynikającą z nich nierówność rezydualną wypisaną dla entalpii swobodnej obu faz  $\rho_1 G_1$  i  $\rho_2 G_2$

$$\begin{aligned} & -\rho \dot{G}_1 - \rho S_1 \dot{\theta}_1 - \dot{\sigma}_1 : \varepsilon_1 + \\ & + \sum_{\alpha} \left( \rho^{\alpha} \dot{c}_1^{\alpha} M_1^{\alpha} - \rho R_1^{\alpha} M_1^{\alpha} - \mathbf{j}_1^{\alpha} \nabla M_1^{\alpha} \right) - \frac{\mathbf{q}_1 \nabla \theta_1}{T_0} \geq 0 \quad \text{- ciecz w kapilarze} \\ & \hspace{15em} (4.1) \\ & -\rho \dot{G}_2 - \rho S_2 \dot{\theta}_2 - \dot{\sigma}_2 : \varepsilon_2 + \\ & + \sum_{\alpha} \left( \rho^{\alpha} \dot{c}_2^{\alpha} M_2^{\alpha} - \rho R_2^{\alpha} M_2^{\alpha} - \mathbf{j}_2^{\alpha} \nabla M_2^{\alpha} \right) - \frac{\mathbf{q}_2 \nabla \theta_2}{T_0} \geq 0 \quad \text{- faza stała} \\ & \left( \nabla M_2^{\alpha} \equiv \text{grad} M_2^{\alpha} \right) \end{aligned}$$



Analizować będziemy teraz stany równowagowe dla każdej z faz. Będą one zachodziły kiedy znikną przepływy masy i ciepła oraz źródła masy w każdej z faz, czyli

$$\begin{aligned} \nabla M_1^\alpha = 0, \quad \nabla \Theta = 0, \quad \rho R_1^\alpha = 0 & \quad - \quad \text{w cieczy} \\ \nabla M_2^\alpha = 0, \quad \nabla \Theta = 0, \quad \rho R_2^\alpha = 0 & \quad - \quad \text{w fazie stałej} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Warunki równowagi obu faz  $G_1 = G_2$  prowadzą do równania  $\dot{G}_1 = \dot{G}_2$ . W procesie równowagowym z nierówności rezydualnych otrzymamy równości, które prowadzą do relacji

$$\rho S_1 \dot{\Theta}_1 + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_1 : \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} \dot{c}_1^{\alpha} M_1^{\alpha} = \rho S_2 \dot{\Theta}_2 + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_2 : \boldsymbol{\varepsilon}_2 + \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} \dot{c}_2^{\alpha} M_2^{\alpha} \quad (4.3)$$

stanowiącej podstawową zależność, z której wyznaczamy warunki rozgraniczenia fazy stałej i cieczy.

W przypadku szczególnym, kiedy w trakcie procesu przemiany stężenia są stałe  $\dot{c}_1^{\alpha} = 0$  i  $\dot{c}_2^{\alpha} = 0$  zaś naprężenia traktować będziemy jako ciśnienia hydrostatyczne  $P_0 = P + P_{\sigma}$

$$\boldsymbol{\sigma}_1 = -(P + P_{\sigma})\mathbf{I}, \quad \boldsymbol{\sigma}_2 = -(P + P_{\sigma})\mathbf{I} \quad (4.4)$$

otrzymamy stosunkowo prosty opis przemiany wody w lód w sieci kapilar który rozwinęli Haüpl i Xu. We wzorach tych  $P_0$  jest ciśnieniem atmosferycznym,  $P_{\sigma}$  - ciśnieniem w kapilarze w otoczeniu kryształu lodu a  $\mathbf{I} = (\delta_{ij})$  tensorem jednostkowym.

W wyniku przyjętych założeń przyrost entalpii w cieczy  $G_1$  ma postać

$$G_1 = G_1(T, P, P_{\sigma}) \rightarrow dG_1 = -S dT + \frac{1}{\rho_1} (dP + dP_{\sigma}) \quad (4.5)$$

stąd

$$G_1 = G_{10} - S_{10}(T - T_0) - c_1 \left[ T \ln \frac{T}{T_0} - (T - T_0) \right] + \frac{P_{\sigma}}{\rho_1} \quad (4.6)$$

W zależności tej  $G_{10}$ ,  $S_{10}$ ,  $T_0 = 273.15 \text{ K}$ ,  $c_1$ ,  $\rho_1$  są kolejno początkowymi wartościami entalpii swobodnej, entropii i temperatury wody, ciepłem właściwym i gęstością wody.

Analogiczne wyrażenie na entalpię swobodną lodu wyliczono z zależności

$$G_2 = G_2(P, T) =$$

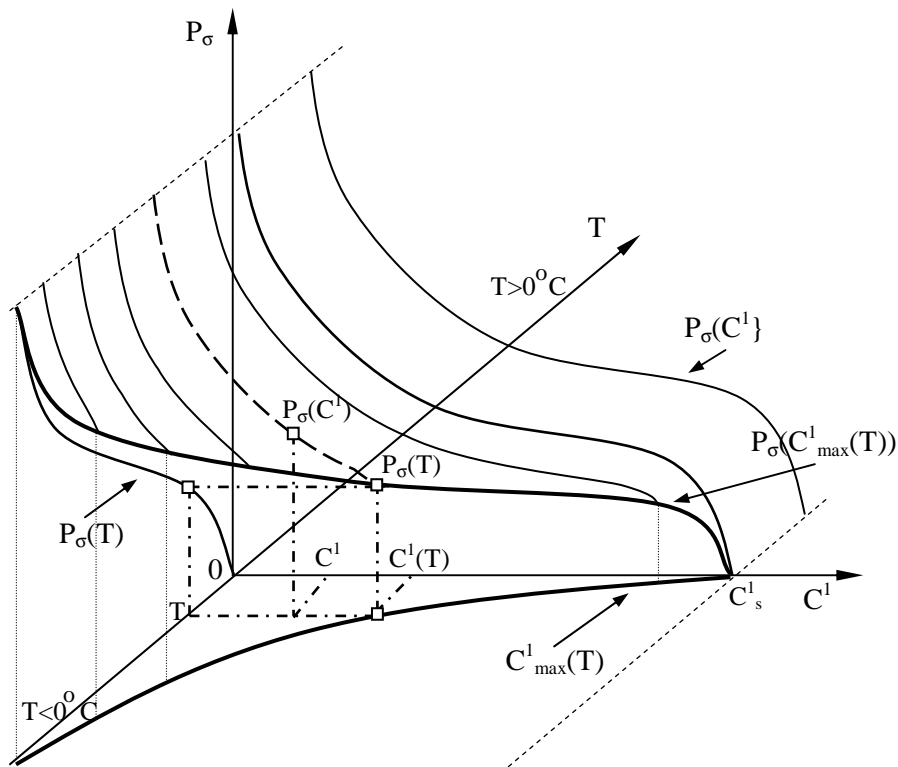
$$= G_{20} - S_{20}(T - T_0) + c_2(T - T_0) - c_2 T \ln \frac{T}{T_0} - \frac{c_2}{2}(T^2 - T_0^2) \quad (4.7)$$

Przyrównując do siebie oba potencjały  $G_1 = G_2$  otrzymamy po przekształceniach warunek przemiany fazowej wody w lód w sieci kapilar

$$\frac{P_\sigma}{\rho_1} = (S_1 - S_2)(T - T_0) - (c_1 - c_2)(T - T_0) +$$

$$+ (c_1 - c_2 + c_2 T_0) T \ln \frac{T}{T_0} - \frac{c_2}{2}(T^2 - T_0^2) \quad (4.8)$$

przy czym  $(S_1 - S_2)T_0$  jest tu entalpią przemiany fazowej wody swobodnej.



Rys. 6. Zależność  $P_\sigma = P_\sigma(T, \bar{c}_1)$

Na rysunku 6 przedstawiono graficznie zależność między ciśnieniem kapilarnym  $P_\sigma$ , temperaturą  $T$  a objętościowym udziałem wody w kapilarze. Wykres ten wynika z warunku określającego przemianę fazową woda – lód w kapilarze.

Na podstawie przytoczonego tu warunku przemiany fazowej przedstawionego w pracach Häüpla i Xu określimy kinetykę narastania lodu w czasie przemarzania ścian.

W zakończeniu tych rozważań przekonamy się, iż z warunków równowagi faz  $G_1 = G_2$  wynika w szczególności klasyczny wzór na utajone ciepło przemiany fazowej. A mianowicie dla procesów równowagowych w układzie dwóch faz ciec (1) i lód (2) zachodzą równości

$$\dot{G}_1 = \dot{G}_2 \rightarrow -\rho S_1 \dot{\Theta}_1 - \dot{\sigma}_1 : \varepsilon_1 = -\rho S_2 \dot{\Theta}_2 - \dot{\sigma}_2 : \varepsilon_2 \quad (4.9)$$

stąd dla  $\sigma_1 = -p\mathbf{E}$  i  $\dot{\sigma}_1 : \varepsilon_1 = -\dot{p}V_1$  i  $\dot{\sigma}_2 : \varepsilon_2 = -\dot{p}V_2$  otrzymamy

$$-\rho S_1 \dot{\Theta} + \dot{p}V_1 = -\rho S_2 \dot{\Theta} + \dot{p}V_2 \rightarrow \frac{\dot{p}}{\dot{\Theta}} = \frac{\rho(S_2 - S_1)}{V_2 - V_1} \quad (4.10)$$

Wprowadzając ciepło przemiany fazowej  $L = \rho(S_2 - S_1)\Theta$ , gdzie  $\theta = T - T_0$  jest przyrostem temperatury w jakiej zachodzi przemiana, otrzymamy

$$\frac{\dot{p}}{\dot{\theta}} = \frac{L}{\Theta(V_2 - V_1)} \quad \text{lub} \quad \frac{dp}{d\Theta} = \frac{L}{\Theta(V_2 - V_1)} \quad (4.11)$$

klasyczny wzór Clausiusa – Clapeyrona dotyczący utajonego ciepła przemiany fazowej woda – lód.

Warto tu zauważyć, iż wzór ten dotyczy przemiany poza siecią kapilar. Natomiast w sieci kapilar obowiązują bardziej złożone zależności podane wcześniej. Wszystkie te wzory odnoszą się do bardzo uproszczonych – równowagowych stanów współistniejących faz. Ponadto w fazie stałej (lodzie) przyjmuje się upraszczająco, iż stan naprężeń opisuje tylko ciśnienie hydrostatyczne.

## 5. Zadanie początkowo-brzegowe

Podamy teraz układ równań oraz warunki brzegowo-początkowe dotyczące przemiany wody w lód w materiale budowlanym. Równania te wynikają z bilansów masy i energii. Pierwsze z tych równań wynika ze zsumowania

parcjalnych bilansów masy zaś drugie jest równaniem przewodnictwa cieplnego w którym uwzględniono ciepło przemiany fazowej

Równania te po przekształceniach mają postać (por.[6])

$$\begin{aligned} a_{11}\dot{c}^1 + a_{12}\dot{\Theta} &= \text{div}\left[b_{11}\text{grad } \Theta + b_{12}\text{grad } c^1\right] \\ a_{21}\dot{c}^1 + a_{22}\dot{\Theta} &= \text{div}\left[b_{21}\text{grad } \Theta + b_{22}\text{grad } c^1\right] \end{aligned} \quad (5.1)$$

macierze wskaźników mają formę

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \rho & \rho \frac{\partial c^2}{\partial \Theta} \\ \rho(M^2 - M^1) & \rho c_v \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (D^1 \frac{\partial M^1}{\partial \Theta} + D^2 \frac{\partial M^2}{\partial \Theta}) & (D^1 \frac{\partial M^1}{\partial c^1} + D^2 \frac{\partial M^2}{\partial c^1}) \\ (\lambda + D^1 \frac{\partial M^1}{\partial \Theta}) & (D^1 \frac{\partial M^1}{\partial c^1}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Otrzymany układ równań zawiera równania transportu ciepła i dyfuzji masy. Warunki początkowo-brzegowe sprowadzają się do znajomości początkowych rozkładów koncentracji wilgoci i przyrostu temperatury oraz strumienia wilgoci i strumienia ciepła na brzegu materiału. Mają one odpowiednio postać:

- warunki brzegowe

$$\begin{aligned} c^1|_{A_1} &= c_A^1 \\ \Theta|_{A_2} &= \Theta_A \\ \mathbf{j}^1|_{A_3} &= \mathbf{j}_A^1 \\ \mathbf{q}|_{A_4} &= \mathbf{q}_A \end{aligned} \quad (5.3)$$

- warunki początkowe

$$\begin{aligned} c^1(t=0) &= c_0^1 \\ \Theta(t=0) &= \Theta_0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

W podanym układzie równań transport wilgoci i lodu oraz ciepła w sieci kapilar został sprowadzony do dwóch sprzężonych i nieliniowych równań. W pierwszym występuje ruch wilgoci, zaś przepływ lodu uzależniono od zmian temperatury. W równaniach dyfuzji pojawia się wtedy temperatura. Natomiast w klasycznym równaniu przewodnictwa ciepła pojawia się zależność źródła ciepła od różnicy potencjałów chemicznych obu faz. Wyszczególnione powiązania przepływów ciepła i masy decydują o specyfice analitycznych ujęć przemian fazowych w typowych budowlanych materiałach o strukturze kapilarno – porowatej.

## 6. Funkcjonał zadania uproszczonego

Nieliniowa postać równań (5.1) nie zachęca do bezpośredniego ich całkowania. W tej sytuacji sformułujemy równoważne ujęcie wariacyjne, przy założeniu iż polami niezależnymi będzie potencjał chemiczny fazy ciekłej  $M^1$  oraz temperatura. Natomiast pomijamy strumień lodu  $\mathbf{j}^2 \approx 0$ , ponadto zakładamy że stężenia wilgoci i lodu spełniają warunek  $\dot{c}_1 + \dot{c}_2 = 0$ . W efekcie przepływy wilgoci będą stacjonarne a ciepła niestacjonarne. Dla przytoczonych tu założeń upraszczających otrzymamy funkcjonał postaci

$$F(M^1, \Theta) = \int_V \{ \mathbf{j}^1 \cdot \text{grad } M^1 + \rho \int \frac{1}{T_0 c_v} H * R^1(M^1 - M^2) + \Theta(0_+)H - \Theta \} dV + \int_A (\mathbf{j}^1 M^1 + \mathbf{Q} \Theta) \cdot \mathbf{n} dA \quad (6.1)$$

gdzie

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{T_0 c_v} \mathbf{q} * H, \quad H \text{ jest funkcją Heaviside'a, a } f_1 * f_2 = \int_0^t f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau.$$

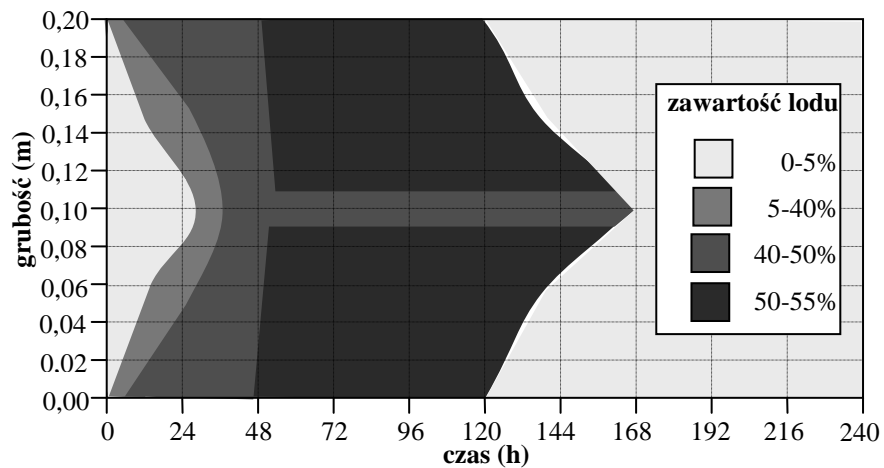
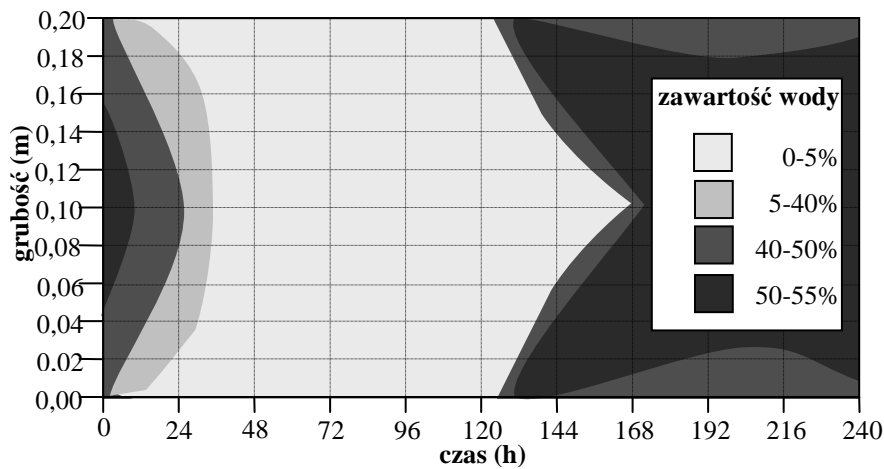
Podany tu funkcjonał stanowi podstawę do konstrukcji przybliżonych metod wyznaczania strefy przemarzania ścian.

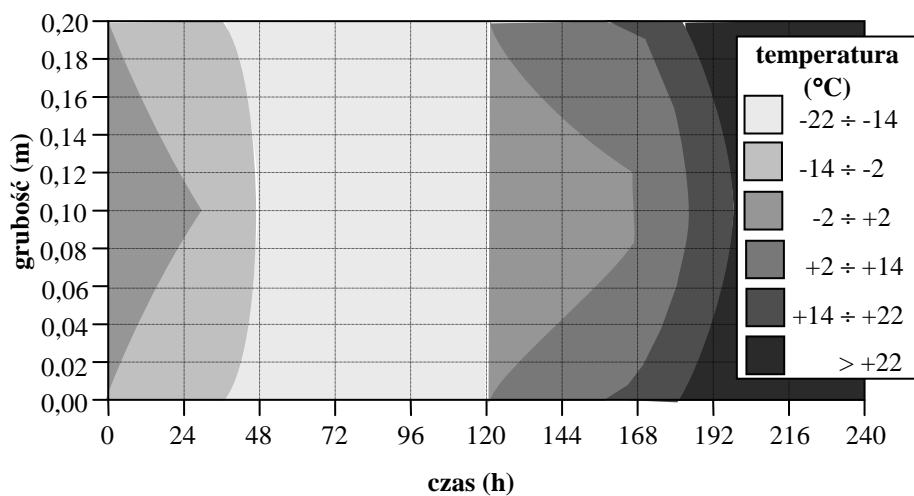
## 7. Wyznaczanie zasięgu lodu w ścianach

Podane w poprzednich punktach sprzężone równania przepływu ciepła i wilgoci w trakcie przemiany wody w lód w sieci kapilar należy uzupełnić o kryterium przemiany fazowej. Otrzymamy wówczas złożone, nieliniowe zadanie brzegowe w którym dodatkowo nie są określone granice rozdziału faz tj. lodu i wody. W tej sytuacji rozwiązań należy szukać na drodze numerycznej. W taki sposób postąpił też Yugong Xu, w swojej dysertacji doktorskiej przedstawionej w 1998 roku w T.U. Dresden, który na podstawie

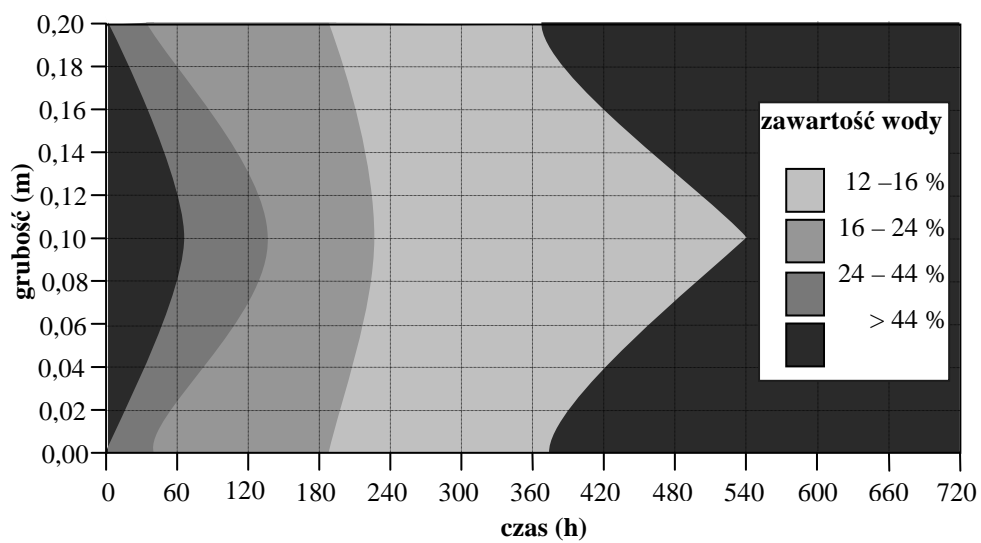
wcześniejszych prac P.Haüpla z tejże uczelni uzyskał rozwiązania numeryczne tej problematyki. Wyniki te uzyskano dla ściany z gazobetonu o grubości 20 cm. Warto jednak nadmienić, iż podobne rozkłady porów posiada zwietrzały piaskowiec, występujący w oblicówkach wielu zabytków. Stąd też podane wyniki obliczeń (przykład 1 i 2) posiadają jakościowe znaczenie przy szacowaniu zasięgu zniszczeń kamiennych oblicówek zabytków.

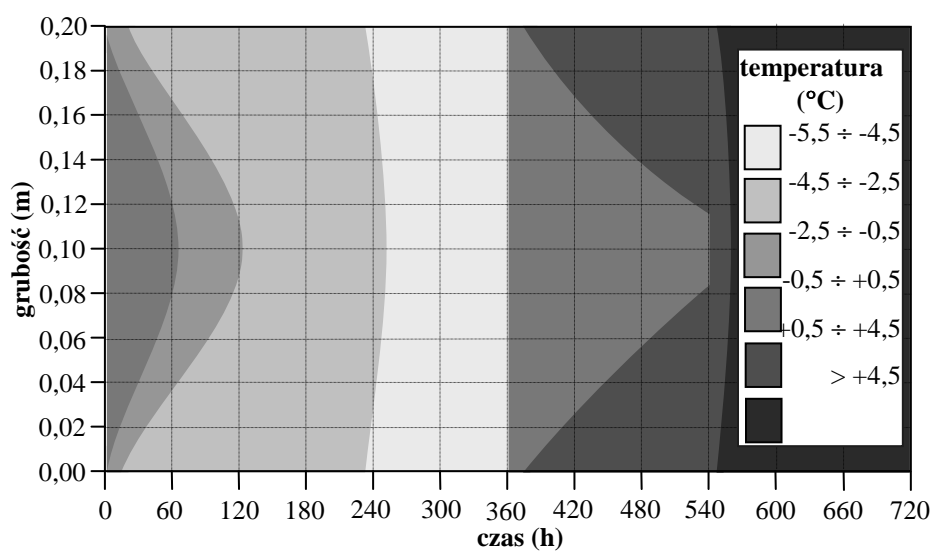
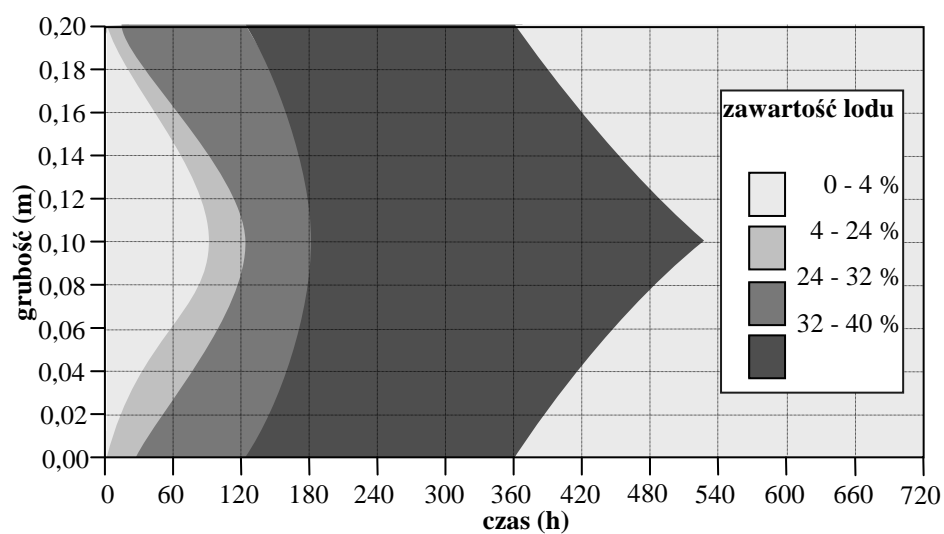
- **Przykład I.** Ściana z zwietrzałego piaskowca lub gazobetonu o grubości 20 cm poddana została działaniu temperatury  $T = -25^{\circ}\text{C}$  przez 5 dni (120 godzin), a następnie  $T = +25^{\circ}\text{C}$  przez 120 godzin. Powierzchnie zewnętrzne były izolowane, początkowe stężenie objętościowe wilgoci  $C^j = 40\%$ . Na diagramach przedstawiono narastanie wilgoci, lodu i zmiany temperatury jako funkcje położenia i czasu





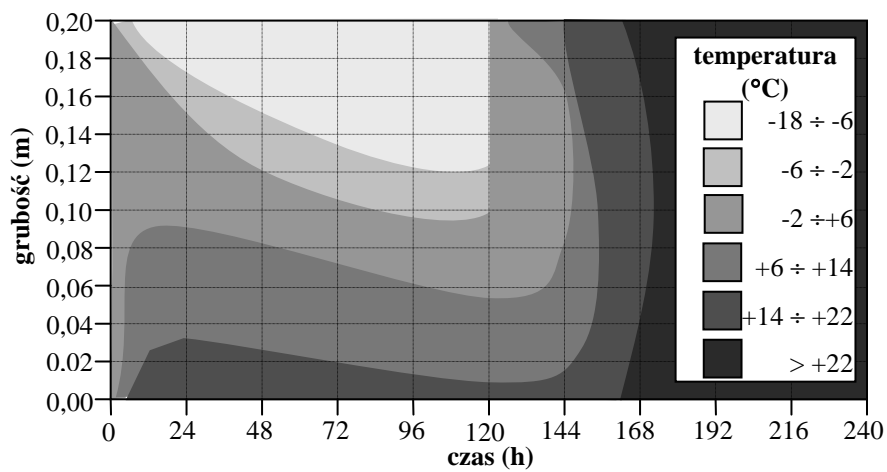
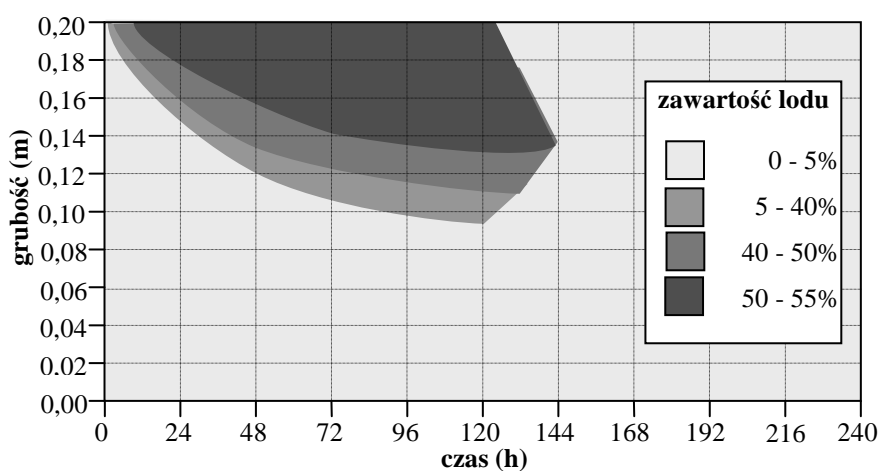
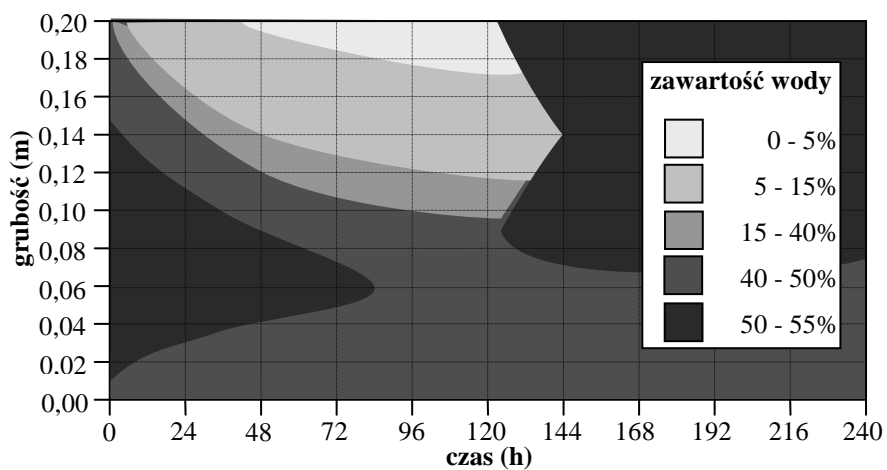
- Przykład II.** Ściana z piaskowca lub gazobetonu o grubości 20 cm poddana działaniu temperatury  $T = -5^{\circ}\text{C}$  przez 15 dni (360 godzin), a następnie  $T = +5^{\circ}\text{C}$  przez 360 godzin. Powierzchnie zewnętrzne były izolowane, początkowe stężenie objętościowe wilgoci  $C^d = 40\%$ . Na diagramach przedstawiono narastanie wilgoci, lodu i zmiany temperatury jako funkcje położenia i czasu





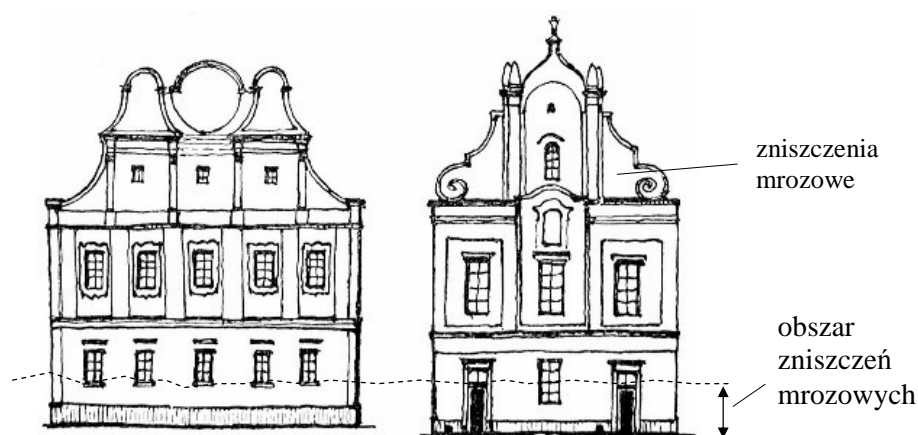
- Przykład III.** Ściana z zwietrzałego piaskowca lub gazobetonu jak w przykładzie poprzednim poddana działaniu temperatury wewnętrznej stałej  $T = 25^{\circ}\text{C}$  przez 10 dni oraz zewnętrznej, najpierw  $T = -25^{\circ}\text{C}$  przez 5 dni a potem  $T = 25^{\circ}\text{C}$ . Diagramy przedstawiają kolejno rozkłady stężeń wilgoci, lodu i temperatury w funkcji położenia i czasu





## 8. Uwagi końcowe

Złożoność równań opisujących proces narastania lodu w sieci kapilar nie zachęca do ich stosowania, tym bardziej, że pominięto w nich także pełne opisy kinetyki narastania kryształów lodu w sieci kapilar. Ponadto zasygnalizowano tylko wpływ ciśnienia rozklinowującego na przebieg przemiany wody w lód. Przytoczone uwagi uzasadniają konieczność dalszych badań tego złożonego procesu fizycznego, mającego podstawowe znaczenie dla oceny trwałości wypraw i tynków zabytkowych budowli. W przytoczonych rozważaniach nie się nie mówi o mechanicznym aspekcie procesu narastania lodu w sieci kapilar. Ten aspekt problemu poruszony zostanie w następnym rozdziale, gdzie omówimy warstwowy mechanizm zniszczeń tynków.



Rys. 7. Prudnik. Dom Tkaczy oraz kamieniczka rynkowa

## LITERATURA

- [1]BIOT M.A.: Variational principles in heat transfer, Oxford University Press, 1970
- [2]BIOT M.A.: Variational principles in irreversible thermodynamics with application to viscoelasticity, Phys.Rev., Vol.97, 1463-1470, 1955
- [3]HÄUPL P, STOOP H.: Feuchtetransport im Baustoffen und Bauwerksteilen, Diss.B, T.U. Dresden 1987
- [4]JĘDRZEJCZYK-KUBIK J., WYRWAŁ J.: Zagadnienia fizyki matematycznej, Skrypt uczelniany WSI w Opolu nr114, Opole, 1988
- [5]KLAMUT J., DURCZEWSKI K., SZNAJD J.: Wstęp do fizyki przejść fazowych, Ossolineum, 1979

- [6] KUBIK J.: Transition from water to ice in building materials, IX Bauklima Symp., 320-327, Dresden 1994
- [7] KUBIK J.: Thermodiffusion flows in a solid with a dominant constituent, Ruhr-Uni IfM 44, Bochum 1985
- [8] NEISS J.: Numerische Simulation des Wärme-und Feuchtetransport und Eisbildung in Böden, Fortschritt-Berichte der VDI Zeitschriften, Reihe 3, 73, München 1982
- [9] STEFAŃSKI A.: Przewodność cieplna materiałów budowlanych, PWN, Poznań, 1965
- [10] XU YUGONG, Numerische Simulation der Eisbildung in Kapillarporösen Baustoffen Diss.A. T.U. Dresden